Par suite $\lim\limits_{x\to 1^+}\left[\dfrac{F(x)-F(1)}{x-1}\right]=\lim\limits_{c\to 1^+}F'(c)=\lim\limits_{c\to 1^+}f(c)=1$

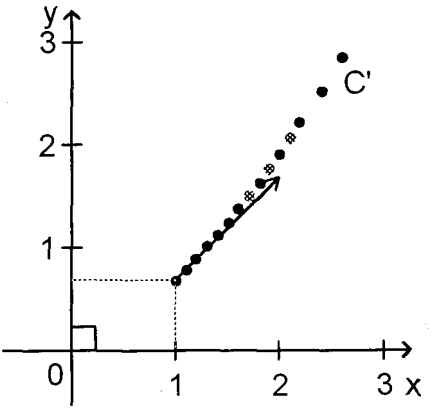
D'où F est dérivable à droite en 1 et que $F'(1)=1$.

4)

$\forall x\in]1,+\infty[, F'(x)=f(x)=\dfrac{x-1}{\text{Log}x}>0$

D'où le tablau de variation de F

x	1		$+\infty$
F'(x)		+	
F(x)	Log2	↗	$+\infty$



$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{F(x)}{x}=+\infty\Rightarrow$ C' possède une branche infinie de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.

III- Soit α un réel de $]1,+\infty[$

1) On a $\forall t\in]1,+\infty[; F'(t)=f(t)$ d'après la question **II-3/a-**

$\Rightarrow \forall x\in]1,+\infty[; \int_1^x F'(t)dt=\int_1^x f(t)dt.$

$\Leftrightarrow \forall x\in]1,+\infty[; F(x)-F(1)=\int_1^x f(t)dt$

$\Leftrightarrow \forall x\in]1,+\infty[; F(x)=\int_1^x f(t)dt+F(1)=\int_1^x f(t)dt+\text{Log}2.$

2) $A(\alpha)=\int_1^\alpha (f(t)-0)dt=F(\alpha)-\text{Log}2$

$\Rightarrow \dfrac{A(\alpha)}{\alpha}=\dfrac{F(\alpha)}{\alpha}-\dfrac{\text{Log}2}{\alpha}$

Ainsi : • $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{A(\alpha)}{\alpha}=\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\left[\dfrac{F(\alpha)}{\alpha}-\dfrac{\text{Log}2}{\alpha}\right]=+\infty$

• $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{A(\alpha)}{\alpha^2}=\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\left[\dfrac{F(\alpha)}{\alpha^2}-\dfrac{\text{Log}2}{\alpha^2}\right]=\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{F(\alpha)}{\alpha^2}$

Or $\forall\alpha\in]1,+\infty[; \dfrac{\alpha^2-\alpha}{\text{Log}\alpha^2}\le F(\alpha)\le\dfrac{\alpha^2-\alpha}{\text{Log}\alpha}$

$\Leftrightarrow \forall\alpha\in]1,+\infty[; \dfrac{1-\frac{1}{\alpha}}{2\text{Log}\alpha}\le\dfrac{F(\alpha)}{\alpha^2}\le\dfrac{1-\frac{1}{\alpha}}{\text{Log}\alpha}$

De plus $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{1-\frac{1}{\alpha}}{2\text{Log}\alpha}=0$ aussi $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{1-\frac{1}{\alpha}}{\text{Log}\alpha}=0$

D'où $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{F(\alpha)}{\alpha^2}=0$ **Enfin** $\lim\limits_{\alpha\to+\infty}\dfrac{A(\alpha)}{\alpha^2}=0.$